

# 物 理

解答は解答用紙の所定の欄に記入すること。

I

問1 100 m 自由落下した水の運動エネルギーが全てこの水の内部エネルギーになった場合の上昇温度を答えよ。水の落下する前の速度を  $0.0 \text{ m/s}$ ，比熱を  $4.0 \text{ J/(g} \cdot \text{K)}$ ，重力加速度を  $10 \text{ m/s}^2$  とする。

問2  $^{238}\text{U}$  は半減期45億年， $^{235}\text{U}$  は半減期7億年で崩壊して $^{238}\text{U}$  および $^{235}\text{U}$  以外の元素になる。また，太古の昔，宇宙スケールでの巨大な核反応により $^{238}\text{U}$  と $^{235}\text{U}$  が同量合成されたとする。現在の自然界に存在する同位体の存在比は $^{238}\text{U}$  が99.3%， $^{235}\text{U}$  が0.7%である。このことからこの元素合成が行われたのは何億年前として推定できるか，有効数字1桁で答えよ。必要なら $\log_2\left(\frac{99.3}{0.7}\right) \div 7.15$  を用いよ。

問3 地上に存在する全ての空気の分子の数（mol 数）を答えよ。ただし，地表での大気圧を  $P [\text{Pa}]$ ，空気を構成する分子1 mol あたりの平均質量を  $m [\text{kg}]$ ，地球を半径  $r [\text{m}]$  の球，大気が存在する領域は  $r$  と比較して十分に小さく，この領域での重力加速度を  $g [\text{m/s}^2]$  とする。

## II

光に関する以下の問に答えよ。真空中の光速を  $c$  とする。

問1 図1のように、 $y$  軸の正の領域での光速を  $\frac{c}{n}$ 、ただし  $n > 1$ 、 $y$  軸の負の領域での光速を  $c$  とし、 $x$ 、 $y$ 、 $\Delta x$ 、 $x_1 - x$  を正とする。

(a) 点  $A(0, -y)$  から発せられた光が点  $B(x, 0)$  において屈折し、点  $D(x_1, y)$  に到達したと仮定する。このとき、光が進むために要した時間  $t$  を答えよ。

(b) 点  $A(0, -y)$  から発せられた光が点  $C(x + \Delta x, 0)$  において屈折し、点  $D(x_1, y)$  に到達したと仮定し、このとき光が進むために要した時間を  $t'$  とおく。 $c(t' - t) \doteq \boxed{\text{あ}} \Delta x$  と近似した場合の  $\boxed{\text{あ}}$  を  $x$ 、 $y$ 、 $x_1$ 、 $n$  を用いて答えよ。ただし、 $\Delta x \ll x$  ( $\Delta x$  が  $x$  より十分に小さい) および  $\Delta x \ll x_1 - x$  を仮定し、

$$\sqrt{(x + \Delta x)^2 + y^2} \doteq \sqrt{x^2 + y^2} + \frac{x \Delta x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

を用いて近似せよ。もしくは、 $r$  を実数として  $|h| \ll 1$  のとき成立する近似式  $(1 + h)^r \doteq 1 + rh$  を用いて近似せよ。また、 $(\Delta x)^2$  に比例した項を無視せよ。

(c) (b) における  $\boxed{\text{あ}} = 0$  と屈折の法則との関連について考察し、式を用いて説明せよ。

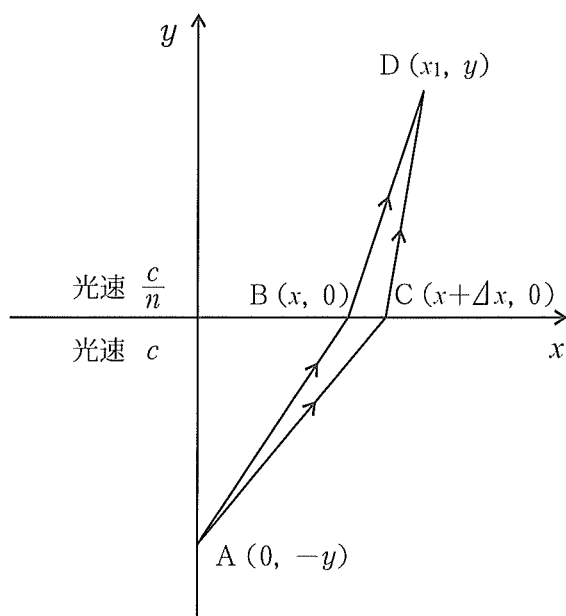


図1

問2 図2に示すように、 $x$ - $y$ - $z$ の3次元空間の点 $(0, 0, R)$ 、ただし $R > 0$ 、を中心として、半径 $R$ 、屈折率 $n$ の透明な球がある。球以外の空間の屈折率は1である。 $z < 0$ の領域からこの球に対して、点 $(a, 0, 0)$ を通り、 $z$ 軸に平行に進む光線が入射した。 $R$ は光の波長と比較して十分に大きいので、球に入射した光線は球に入射する点を接点とする接平面を境界面として屈折の法則に従って屈折するとみなせる。

(d) 光線が球に入射する点の $x$ 座標および $z$ 座標を、接平面に対する光線の入射角 $i$ と半径 $R$ を用いて答えよ。

(e) 接平面に対する屈折光線の屈折角を $r$ とする。 $z$ 軸と屈折光線とのなす角度(鋭角)を $\theta$ 、 $r$ を用いて答えよ。

(f) 光線は球内を直進する。この方程式を $z = \boxed{\text{い}}x + \boxed{\text{う}}$ とすると、 $\boxed{\text{い}}$ を $i, r$ を用いて答えよ。

(g)  $\boxed{\text{う}}$ を $n, R$ を用いて答えよ。ただし、 $i \ll 1$ および $r \ll 1$ を想定し、 $|\theta| \ll 1$ のとき成立する近似式 $\sin \theta \doteq \theta$ 、 $\cos \theta \doteq 1$ を用いて近似せよ。

(h) 眼球は大まかには角膜部分で屈折して網膜に実像を結像する構造である(図3)。眼球が単一の球形ではなく角膜部分が盛り上がっている理由を、角膜の屈折率1.336を用いて考察せよ。眼球内部の屈折率は角膜の屈折率と同じとする。

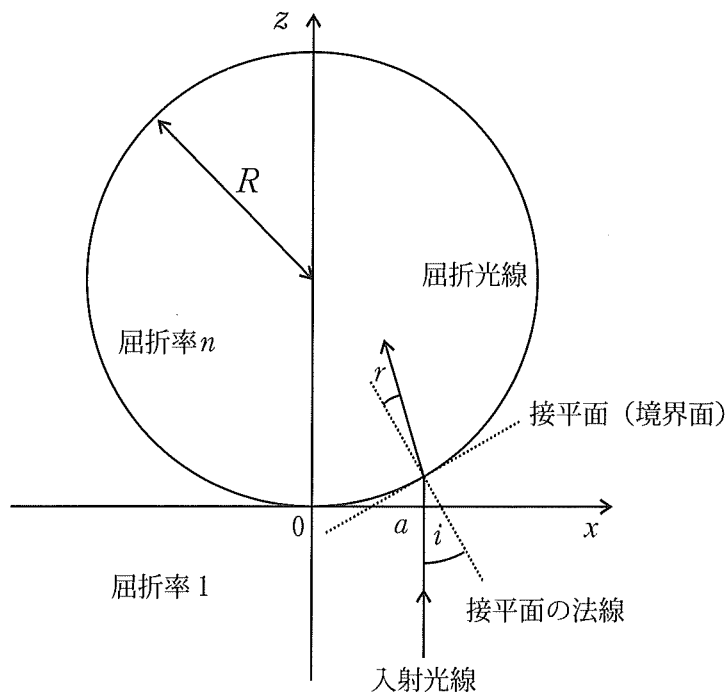


図2  $y$ 軸は省略してある。

問3(i) 図4 (A), (B) に示すように、右手を上げた人が $x$ 軸の正の方向を向き、その先に凸レンズがあり、人の実像をスクリーン上に結んだ。スクリーン上の実像として適切なものを以下の選択肢①～⑧から選び、番号で答えよ。

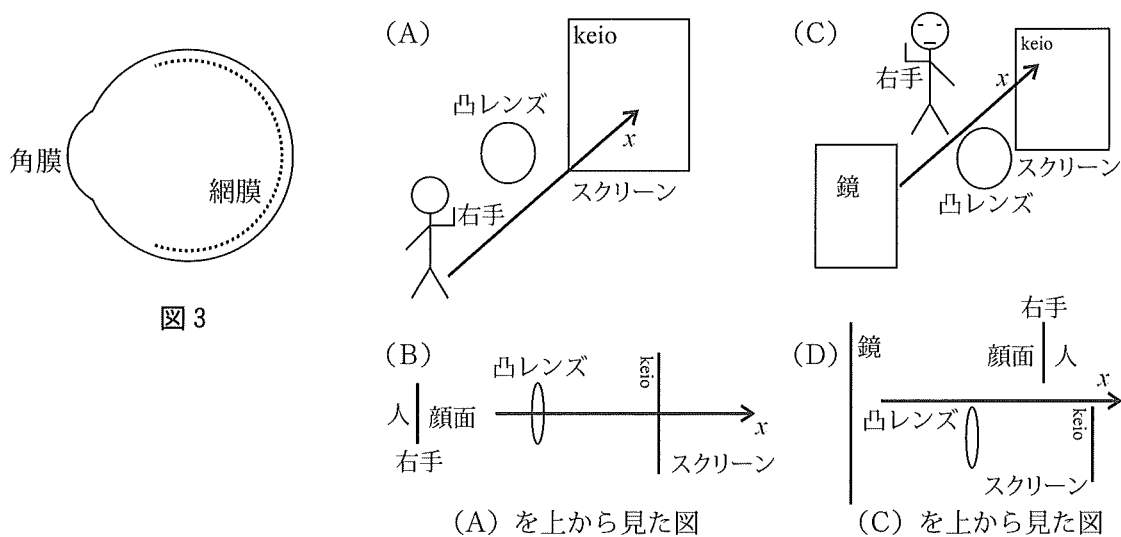
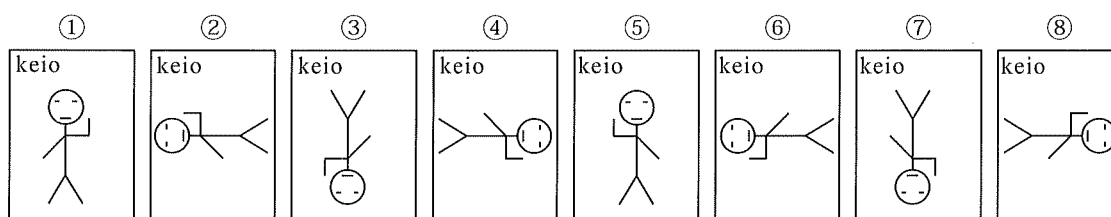


図4

(j) 図4 (C), (D) に示すように、右手を上げた人が $x$ 軸の負の方向を向き、その先に置かれた平面鏡により人から出た光が反射され、凸レンズで反射光による人の実像をスクリーン上に結んだ。スクリーン上の実像として適切なものを以下の選択肢①～⑧から選び、番号で答えよ。



選択肢

問4 問2, 3を踏まえ(引用しながら)、鏡に映さずに直接見た他人の姿や文字の向きと比較して、鏡に映して見た自分の姿や文字の向き(上下左右)に関する特徴を考察せよ。

### Ⅲ

問1 導体は電荷を蓄えることができる。無限遠の電位を基準にしたとき、導体の電位  $\phi$  と導体が蓄えた電荷  $Q$  の間には比例関係があり、 $Q = C\phi$  によって定義される比例係数  $C$  を電気容量と呼ぶ。導体球（半径  $r$ ）の電気容量は  $4\pi\epsilon r$  である。ここで、 $\epsilon = 9 \times 10^{-12}$  F/m は空気の誘電率であり、真空の誘電率と同じとみなせる。また、導体球外（中心から距離  $x$ ）の電場は、導体球に蓄えられた電荷と同じ電荷量の点電荷が導体球の中心にある場合の中心からの距離  $x$  における電場と同じである。クーロンの法則の比例係数を  $k = 9 \times 10^9$  N・m<sup>2</sup>/C<sup>2</sup> とする。

- (a) 地球を半径 6400 km の導体球と仮定し、地球の電気容量を有効数字 1 桁で答えよ。
- (b) 空気中では  $10^6$  V/m 以上の電場があると絶縁破壊を生じて放電が生じる。半径 10 m の導体球の周囲の空気が絶縁破壊を起こす最小の電荷量を有効数字 1 桁で答えよ。

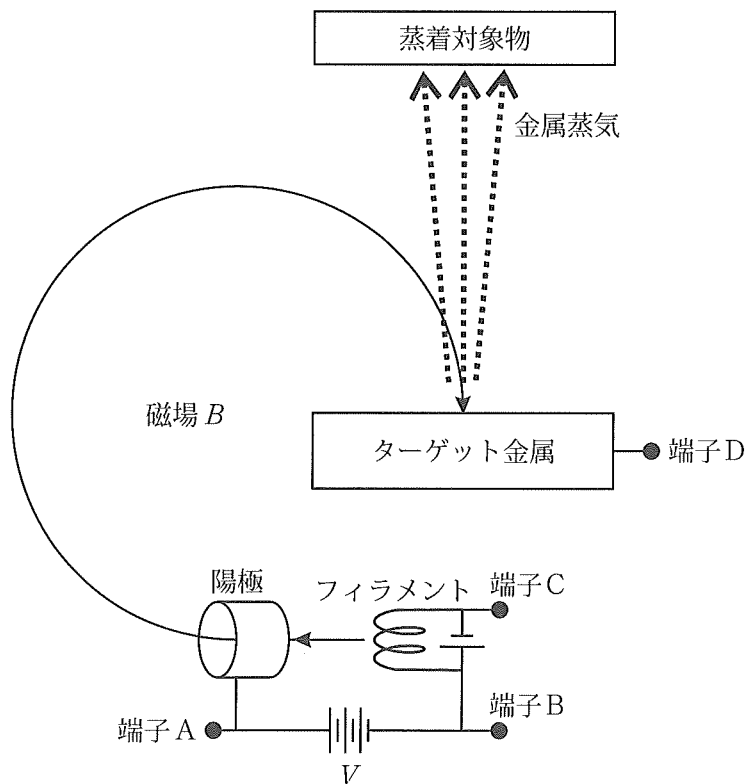


図 1

問2 冷凍室などで冷却したガラスを室内に取り出すと、空気中の水分が結露し凍りつくことがある。結露は金属蒸気でも生じ、対象物表面への金属膜の蒸着に用いられる。図1に示す電子線蒸着法は、真空中において熱したフィラメントから放出された電子を電圧  $V$  で加速し、電子の軌道を磁場を使って曲げ、高速電子をターゲット金属の微小領域に注入することにより部分加熱し、蒸発した金属蒸気を対象物に蒸着させる。フィラメントを加熱する電源の電圧は  $V$  より十分に小さい。

陽極を通過後の電子はターゲット金属に衝突するまで一定の運動エネルギーで円軌道運動すると仮定する。電子の電荷を  $q$ 、電子の質量を  $m$ 、プランク定数を  $h$ 、真空中の光速を  $c$  として、以下の問に答えよ。

(c) 加速電圧  $V$  が 5.0 kV、ターゲット金属に注入される電子線の電流が 100 mA のとき、ターゲット金属で 1 秒間に発生する熱を答えよ。

(d) 磁場は電子線の進行方向に対して垂直な向きである。電子線の軌道半径を  $R$  として、磁束密度  $B$  の大きさを  $V$ 、 $m$ 、 $q$ 、 $R$  を用いて答えよ。

(e) 加速電圧  $V$  を 5.0 kV とする。電子線が当たるとターゲット金属からはエネルギーの高い電磁波が発生する。その名称を答え、最短波長  $\lambda$  を答えよ。ただし、 $q = -1.6 \times 10^{-19} \text{C}$ 、 $h = 6.6 \times 10^{-34} \text{J} \cdot \text{s}$ 、 $c = 3.0 \times 10^8 \text{m/s}$  とする。

(f) 「陽極を通過後の電子は衝突するまで一定の運動エネルギーで円軌道運動する」と仮定したが、図1の配線は不完全であり、この状態を保ち安定してターゲット金属を加熱することができない。この問題点の原因を指摘し改善方法を説明せよ。

解答欄（問2（f）図）には適切な結線を描け。